Capítulo 7

Variaciones en el tiempo y retrasos

A las 5 de alguna tarde, ponga su grabación favorita de Ramones en la pista 5. El sábado siguiente ejecute la misma grabación a las 5:00:01, un segundo más tarde en el día. Las dos ejecuciones sonarán idealmente lo mismo. Cambiar todo un segundo (o, si usted prefiere, algunos días y un segundo) no tiene efecto físico en el sonido.

Pero suponga ahora que usted ejecuta la grabación a las 5:00 y a las 5:00:01 del mismo día (en dos sistemas de reproducción diferentes, ya que la música dura más de un segundo). Ahora el sonido es muy diferente. La diferencia, cualquiera que sea, claramente no reside en ninguno de los dos sonidos individuales, si no en la *interferencia* entre ambos. Esta interferencia puede percibirse por lo menos de cuatro maneras diferentes:

Cánon: Combina dos copias de una señal con una diferencia de tiempo suficiente para que la señal cambie apreciablemente, podríamos escuchar las dos como secuencias de sonidos separados, comparando efectivamente la señal actual con su previa. Si la señal es una melodía, la variación en el tiempo podría ser comparable con la duración de una o más notas.

Eco: Cuando la variación en el tiempo está entre 30 milisegundos y un segundo aproximadamente, la segunda copia de la señal puede sonar como un eco de la primera. Un eco puede reducir la inteligibilidad de la señal (especialmente si es voz hablada), pero usualmente no combiará la “forma” general de las melodías o frases.

Filtro: Cuando la variación en el tiempo está por debajo de los 30 milisegundos aproximadamente, las copias están demasiado cercanas unas de otras en el tiempo para ser percibidas separadamente, y el efecto dominante es que algunas frecuencias se destacan y otras son suprimidas. Esto cambia la envolvente espectral del sonido.

Alteración de la calidad del salón: Si la segunda copia es ejecutada con menos volumen que la primera, y especialmente si añadimos más copias retrasadas con amplitudes reducidas, el resultado puede ser la imitación de los ecos que aparecen en un salón o en otro espacio acústico.

El sonido de un arreglo dado de copias retrasadas de una señal puede combinar dos o más de estos efectos.

Matemáticamente, el efecto de una variación del tiempo en una señal puede describirse como un cambio de fase de cada una de las componentes sinusoidales de la señal. El cambio de fase de cada componente es diferente dependiendo de su frecuencia (así como de la extensión de la variación en el tiempo). En el resto de este capítulo usualmente consideraremos superposiciones de sinusoides en diferentes fases <ángulos>. Hasta aquí hemos descrito sinusoides reales en nuestros análisis, pero en este y en los posteriores capítulos las fórmulas serán más complicadas y necesitaremos herramientas matemáticas más complejas para manejarlas. En la sección preliminar de este capítulo desarrollaremos los conocimientos requeridos.

7.1 Números complejos

Los números complejos se escriben como:

$$Z = a + bi$$

donde a y b son números reales e $i = \sqrt{-1}$. (En este libro usaremos las letras mayúsculas tales como Z para denotar los números complejos. Los números reales aparecen en letras romanas o griegas en minúscula, excepto para fronteras de enteros, usualmente escritas como M o N.) Debido a que los números tienen dos componentes, usamos el plano cartesiano (en lugar de una línea de números) para graficarlos, como se muestra en la figura 7.1. Las cantidades a y b son denominadas *parte real* y *parte imaginaria* de Z, y se escriben:

$$a = \mathrm{re}(Z)$$
$$b = \mathrm{im}(Z)$$

Si Z es un número complejo, su *magnitud* (o *valor absoluto*), escrito como $|Z|$, es precisamente la distancia en el plano desde el origen al punto (a,b):

$$|Z| = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

y su argumento, escrito $\angle(Z)$, es el ángulo del eje positivo a al punto (a,b):

$$\angle(Z) = \arctan(b/a)$$

Si conocemos la magnitud y el argumento de un número complejo (los llamaremos r y θ) podemos reconstruir las partes real e imaginaria:

$$a = r\cos(\theta)$$
$$b = r\,\mathrm{sen}(\theta)$$

Un número complejo puede ser estar escrito en términos de sus partes real e imaginaria a y b, como $Z = a + bi$, o alternativamente en la forma polar, en términos de r y θ:

$$Z = r \cdot [\cos(\theta) + i\,\mathrm{sen}(\theta)]$$

Las formulaciones rectangular y polar son intercambiables; las ecuaciones arriba muestran cómo computar a y b partiendo de r y θ y viceversa.

La razón principal para utilizar números complejos en la música electrónica es debido a que ellos mágicamente automatizan los cálculos trigonométricos. Frecuentemente debemos sumar ángulos para hablar de los cambios de fase de una señal según el progreso del tiempo (o según varía en el tiempo, como en este capítulo). Así, si usted multiplica dos números complejos, el argumento del producto es la suma de los argumentos de los dos factores. Para ver cómo sucede esto, multiplicaremos dos números Z_1 y Z_2 escritos en la forma polar:

$$Z_1 = r_1 \cdot [\cos(\theta_1) + i\,\mathrm{sen}(\theta_1)]$$
$$Z_2 = r_2 \cdot [\cos(\theta_2) + i\,\mathrm{sen}(\theta_2)]$$

dando:

$$Z_1Z_2 = r_1r_2 \cdot [\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \mathrm{sen}(\theta_1)\mathrm{sen}(\theta_2) + i(\mathrm{sen}(\theta_1)\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)\mathrm{sen}(\theta_2))]$$

El signo menos delante del término $\mathrm{sen}(\theta_1)\mathrm{sen}(\theta_2)$ viene de multiplicar i por sí mismo, lo cual nos da -1. Podemos reconocer la fórmula de la suma de senos y cosenos y simplificar:

$$Z_1Z_2 = r_1r_2 \cdot [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\,\mathrm{sen}(\theta_1 + \theta_2)]$$

Por inspección se sigue que el producto Z_1Z_2 tiene como magnitud r_1r_2 y como argumento $\theta_1 + \theta_2$.

Podemos utilizar esta propiedad de los números complejos para adicionar y sustraer ángulos (multiplicando y dividiendo los números complejos con los argumentos apropiados) y tomar luego el seno y el coseno del resultado para extraer las partes real e imaginaria.

7.2 Sinusoides complejas

Volviendo a la fórmula de la sinusoide (real) de la página “1”:

$$x[n] = a\cos(\omega n + \phi)$$

Esta es una secuencia de cosenos de ángulos (llamados fases) que se incrementa aritméticamente con la muestra número n. Todos los cosenos se ajustan al factor a. Podemos re-escribir esto como la parte real de una secuencia de números complejos mucho más fácil y sencilla de manipular, utilizando las propiedades de sus argumentos y magnitudes.

Suponga que el número complejo Z tiene magnitud uno y argumento ω, de tal manera que puede escribirse como:

$$Z = \cos(\omega) + i\,\mathrm{sen}(\omega)$$

Entonces para cualquier entero n, el número Z^n debe tener magnitud uno también (según la multiplicación de las magnitudes) y argumento $n\omega$ (por la adición de los argumentos). Así,

$$Z^n = \cos(n\omega) + i\,\mathrm{sen}(n\omega)$$

Esto también es cierto para valores negativos de n, por ejemplo,

$$1/Z = Z^{-1} = \cos(\omega) - i\,\mathrm{sen}(\omega)$$

La figura 7.2 muestra gráficamente cómo las potencias de Z quedan envueltas en un círculo unitario, que es el conjunto de todos los números complejos de magnitud uno. Ellos forman una secuencia geométrica:

$$\ldots,\ Z^0, Z^1, Z^2, \ldots$$

y tomando la parte real de cada término obtenemos una sinusoide real con fase inicial cero y amplitud uno:

$$\ldots, \cos(0), \cos(\omega), \cos(2\omega), \ldots$$

Aún más, suponga que multiplicamos los elementos de la secuencia por alguna constante (compleja) A con magnitud a y argumento ϕ. Esto daría

$$\ldots, A, AZ, AZ^2, \ldots$$

Las magnitudes son todas a y el argumento del enésimo término es $\omega n + \phi$, de tal manera que la secuencia es igual a:

$$AZ^n = a \bullet [\cos(n\omega + \phi) + i\,\mathrm{sen}(n\omega + \phi)]$$

y la parte real es precisamente la sinusoide real:

$$\mathrm{re}(AZ^n) = a \bullet \cos(n\omega + \phi)$$

El número complejo A contiene la amplitud real a y la fase inicial ϕ; el número complejo Z de magnitud uno controla la frecuencia que es precisamente su argumento ω.

La figura 7.2 también muestra la secuencia A, AZ, AZ^2,...; en efecto esta es la misma secuencia, 1, Z^1, Z^2,..., pero amplificada y rotada de acuerdo con la amplitud y la fase inicial. En una sinusoide compleja de esta forma A es llamada la *amplitud compleja*.

Utilizar los números complejos para representar las amplitudes y las fases de las sinusoides puede clarificar manipulaciones que de otro modo parecerían sin motivo. Por ejemplo, suponga que queremos conocer la amplitud y la fase de la suma de dos sinusoides con la misma frecuencia. En el lenguaje de este capítulo, escribimos las sinusoides como:

$$X[n] = AZ^n, \; Y[n] = BZ^n$$

donde A y B contienen las fases y las amplitudes de las dos señales. La suma es entonces igual a:

$$X[n] + Y[n] = (A + B)Z^n$$

que es una sinusoide cuya amplitud es igual a $|A + B|$ y cuya fase es igual a $\angle(A + B)$. Esto es claramente una manera mucho más fácil de manipular amplitudes y fases que utilizando las propiedades de los senos y los cosenos. Eventualmente, por supuesto, tomaremos la parte real de los resultados; lo que se puede dejar usualmente para el final de lo que sea que estemos haciendo.

7.2 Variaciones en el tiempo y cambios de fase

Comenzando con cualquier señal $X[n]$ (real o compleja), podemos fabricar otras señales variando el tiempo de la señal X por un entero (positivo o negativo) d:

$$Y[n] = X[n - d]$$

de tal manera que la muestra d-ésima de Y es la muestra 0 de X y así sucesivamente. Si el entero d es positivo, entonces Y es una copia retrasada de X. Si d es negativo, entonces Y anticipa X; lo que puede realizarse para un sonido grabado, pero no se puede practicar en operaciones en tiempo real.

La variación del tiempo es una operación lineal (considerada como una función de la señal de entrada X); si usted varía el tiempo por una suma $X_1 + X_2$ obtiene el mismo resultado que si variara el tiempo de manera separada y lo adicionara posteriormente.

La variación del tiempo tiene además otra propiedad, si se varía el tiempo de una sinusoide de frecuencia ω, el resultado es otra sinusoide de la misma frecuencia; la variación del tiempo nunca introduce frecuencias que no estuvieran presentes en la señal de entrada antes de ser variada. Esta propiedad, llamada invariancia del tiempo, hace fácil el análisis del efecto de los cambios de las variaciones de tiempo -y las combinaciones lineales de esta- considerando de manera separada lo que hacen las operaciones en las sinsoides individuales.

Aún más, el efecto de una variación en el tiempo en una sinusoide es simple: sólo cambia la fase. Si utilizamos una sinusoide compleja, el efecto sigue siendo simple. Si por ejemplo

$$X[n] = AZ^n$$

entonces

$$Y[n] = X[n - d] = AZ^{(n-d)} = Z^{-d}AZ^n = Z^{-d}X[n]$$

así la variación en el tiempo de una sinusoide compleja en d muestras es lo mismo que escalarla por Z^{-d} -es precisamente un cambio de amplitud por un número complejo en particular). Ya que $|Z| = 1$ para una sinusoide, el cambio en la amplitud no cambia la magnitud de la sinusoide, únicamente su fase.

El cambio de fase es igual a $-d\omega$, donde $\omega = \angle(Z)$ es la frecuencia angular de la sinusoide. Esto es exactamente lo que deberíamos esperar ya que la sinusoide avanza ω radianes por muestra y está desplazada (es decir, retrasada) en d muestras.

7.3 Redes de retrasos

Si consideramos que nuestras muestras de audio digital corresponden a sucesivos momentos en el tiempo, entonces variar el tiempo de la señal en d muestras corresponde a un *retraso* de d/R unidades de tiempo, donde R es la velocidad de las muestras. La figura 7.3 muestra un ejemplo de una *red de retrasos lineal*: un ensamble de unidades de retraso, posiblemente con operaciones de escalado de amplitud, combinada con el uso de la adición y la sustracción. La salida es una función lineal de la entrada, en el sentido de que adicionar a la entrada es lo mismo que procesar cada una separadamente y sumar los resultados. Es más, las redes de retrasos lineales no crean nuevas frecuencias que no estuvieran presentes en la entrada, en tanto la red permanece invariante en el tiempo, de tal manera que las ganancias y los tiempos de retraso no cambian con el tiempo.

En general hay dos maneras de pensar las redes de retrasos. Podemos pensar en el *dominio del tiempo*, en el cual dibujamos ondas como función del tiempo (o del índice n), y consideramos los retrasos como cambios en el tiempo. Alternativamente podemos pensar en el *dominio de la frecuencia*, en el cual dosificamos la entrada con una sinusoide compleja (de tal manera que su salida será una sinusoide de la misma frecuencia) y reportamos el cambio de amplitud o de fase forjado por la red, como una función de la frecuencia.

Miraremos ahora la red de retrasos de la figura 7.3 en cada una de las dos maneras.

La figura 7.4 muestra el comportamiento de la red en el dominio del tiempo. Inventamos algún tipo de función de examen apropiada como entrada (es un pulso rectangular de 8 muestras de ancho en este ejemplo) y graficamos la entrada y la salida como funciones de la muestra n. Esta red de retrasos en particular adiciona a la entrada una copia retrasada de esta misma.

Una función de examen utilizada con frecuencia es un impulso, que es un pulso de sólo una muestra. La utilidad de esto es que, si conocemos la salida de la red para un impulso, podemos encontrar la salida para cualquier otra señal de audio digital -puesto que cualquier señal $x[n]$ es una suma de impulsos, uno de altura $x[0]$, el siguiente una muestra después con altura $x[1]$, y así sucesivamente. Luego, cuando las redes se vuelvan más complicadas, nos moveremos utilizando impulsos como señales de entrada para mostrar su comportamiento en el dominio del tiempo.

De otro lado, podemos analizar la misma red en el dominio de la frecuencia considerando una señal de examen (de valor complejo),

$$X[n] = Z^n$$

donde Z tiene una unidad de magnitud y argumento ω. Ya sabemos que la salida es otra sinusoide compleja con la misma frecuencia, esto es,

HZ^N <la N en el exponente debería ser minúscula>

para algún número complejo H (el cual queremos encontrar). De esta manera escribimos la salida directamente como la suma de la entrada y de su copia retrasada:

$$Z^n + Z^{-d}Z^n = (1 + Z^{-d})Z^n$$

y encontramos por inspección que:

$$H = (1 + Z^{-d})$$

Podemos entender el comportamiento en el dominio de la frecuencia de esta red de retrasos estudiando cómo el número complejo H varía como una función de la frecuencia angular ω. Estamos especialmente interesados en su argumento y magnitud -los cuales nos dan la fase relativa y la amplitud de la sinusoide que viene saliendo. Trabajaremos este ejemplo en detalle para mostrar cómo la aritmética de los números complejos puede predecir lo que sucede cuando las sinusoides se combinan aditivamente.

La figura 7.5 muestra el resultado, en el plano complejo, cuando las cantidades 1 y Z^{-d} se combinan aditivamente. Para adicionar los números complejos sumamos sus partes real e imaginaria separadamente. Así, el número complejo 1 (parte real 1, parte imaginaria 0) se adiciona de manera coordinada al número complejo Z^{-d} (parte real $\cos(-d\omega)$, parte imaginaria $\mathrm{sen}(-d\omega)$). Esto se muestra gráficamente haciendo un paralelogramo, con esquinas en el origen y en los dos puntos que van a ser sumados, y cuya cuarta esquina es la suma H.

Como se muestra en la figura, el resultado puede ser entendido al hacer simetría alrededor del eje real: en lugar de 1 y Z^{-d}, es más fácil sumar las cantidades $Z^{d/2}$ y $Z^{-d/2}$ debido a que son simétricas con respecto al eje real (horizontal). (Estrictamente hablando, no tenemos definidas apropiadamente las cantidades $Z^{d/2}$ y $Z^{-d/2}$, estamos utilizando esas expresiones para denotar números complejos unitarios cuyos argumentos son los de Z^d y Z^{-d}, de tal manera que al elevarlos al cuadrado nos da Z^d y Z^{-d}.) Re-escribimos la ganancia como:

$$H = Z^{-d/2}(Z^{d/2} + Z^{-d/2})$$

El primer término es un cambio de fase de $-d\omega/2$. El segundo término se entiende mejor en la forma rectangular:

$$Z^{d/2} + Z^{-d/2}$$
$$= (\cos(\omega d/2) + i\,\mathrm{sen}(\omega d/2)) + (\cos(\omega d/2) - i\,\mathrm{sen}(\omega d/2))$$
$$= 2\cos(\omega d/2)$$

Esta cantidad real puede ser positiva o negativa; su valor absoluto da la magnitud de la salida:

$$|H| = 2|\cos(\omega d/2)|$$

La cantidad $|H|$ es llamada la ganancia de la red de retrasos a la frecuencia angular ω, y está graficada en la figura 7.6. La ganancia con respecto a la frecuencia de una red de retrasos (esto es, la ganancia en función de la frecuencia) es llamada la *respuesta a la frecuencia* de la red.

Ya que la red tiene mayores ganancias en unas frecuencias que en otras, puede ser considerada como un filtro que puede ser utilizado para separar ciertos componentes de los demás, en un sonido. Debido a la forma de esta expresión particular de la ganancia como una función de ω, este tipo de red de retrasos es llamado *filtro peine* (sin recirculación).

La salida de la red es una suma de dos sinusoides de amplitud igual, y cuyas fases difieren en ωd. La respuesta a la frecuencia que resulta está en acuerdo con el sentido común: si la frecuencia angular ω se ajusta de tal manera que un número entero de períodos se fije en d muestras, es decir, si ω es un múltiplo de $2\pi/d$, <2π es un período en radianes y si d es el número de muestras que toma un período, $2\pi/d$ equivale a uno> la salida del retraso es exactamente igual a la de la señal original, y de esta manera las dos se combinan para hacer una salida con dos veces la amplitud original. De otro lado, si por ejemplo tomamos $\omega = \pi/d$ de tal manera que el retraso es la mitad del período, entonces la salida del retraso está fuera de fase y cancela la entrada de manera exacta.

Esta red de retrasos en particular tiene una interesante aplicación: si tenemos una señal de entrada periódica (o casi periódica), cuya frecuencia fundamental es de ω radianes por muestra, podemos ajustar el filtro peine de tal manera que los picos en la ganancia estén alineados con los armónicos pares y los impares caigan donde la ganancia es cero. Para hacer esto escogemos $d = \pi/\omega$, es decir, ajustamos el tiempo de retraso a exactamente la mitad del período de la señal de entrada. De esta manera obtenemos una nueva señal cuyos armónicos son 2ω, 4ω, 6ω,..., y de esta manera tiene una nueva frecuencia fundamental que es dos veces la frecuencia original. Excepto por un factor de dos, las amplitudes de los armónicos que quedan siguen todos la envolvente espectral del sonido original. Tenemos ahora una herramienta para elevar a una octava un sonido que entra, sin cambiar la envolvente espectral. Este multiplicador de octava es lo inverso al divisor de octava presentado en el capítulo 5.

Los dominios del tiempo y de la frecuencia ofrecen formas complementarias de mirar la misma red de retrasos. Cuando los retrasos en la red son más pequeños que la habilidad de del oído para distinguir eventos en el tiempo -aproximadamente 20 milisegundos- la situación de dominio en el tiempo se vuelve menos relevante para entender la red de retrasos, y nos volcamos principalmente hacia el dominio en la frecuencia. De otro lado, cuando los retrasos son más grandes que aproximadamente 50 milisegundos, los picos y los valles en los dibujos que muestran ganacia vs frecuencia (tales como el de la figura 7.6) se apiñan de manera tan estrecha, que el dominio en la frecuencia se vuelve menos importante. Ambos son sin embargo, válidos en el rango completo de los posibles tiempos de retrasos.

7.4 Redes de retrasos con recirculación

A veces es deseable conectar las salidas de uno o más retrasos de una red de nuevo a sus mismas o a otras entradas. En lugar de obtener uno o algunos pocos ecos del sonido original como en el ejemplo anterior, podemos potencialmente obtener un número infinito de ecos, cada uno retroalimentándose dentro de la red para engendrar aún más.

El ejemplo más simple de una red con recirculación es el *filtro peine con recirculación* cuyo diagrama se muestra en la figura 7.7. Al igual que en el anterior, el filtro peine simple, la señal de entrada es enviada a la línea de retraso con una longitud de d muestras. Pero ahora la salida de la línea de retrasos también retroalimenta su entrada; la entrada de los retrasos es la suma de la salida original más la salida retrasada. La salida es multiplicada por un número g antes de regresar a alimentar la entrada.

El comportamiento en el dominio del tiempo del filtro peine con recirculación se muestra en la figura 7.8. Aquí consideramos el efecto de enviar un impulso a la red. Obtenemos de nuevo el impulso original, más una serie de ecos, cada uno en turno a d muestras después del previo, y multiplicados cada vez por la ganancia g. En general, una salida de una red de retrasos dado un impulso como su entrada es llamada la *respuesta al impulso* de la red.

Note que hemos escogido una ganancia g que es menor que uno en valor absoluto. Si escogemos una ganancia mayor que uno (o menor que -1), cada eco tendrá una magnitud mayor que la previa. En lugar de caer exponencialmente como lo hacen en la figura, <los ecos> crecerán exponencialmente. Una red con recirculación cuya salida eventualmente cae a cero luego de que su entrada ha finalizado es llamada *estable*; una red cuya salida crece sin límites es denominada *inestable*.

Podemos analizar también el filtro peine con recirculación en el dominio de la frecuencia. La situación ahora es más difícil de analizar utilizando sinusides reales, y así tenemos la primera gran recompensa al haber introducido los números complejos, los cuales simplifican mucho el análisis.

Si como antes, alimentamos la entrada con la señal,

$$X[n] = Z^n$$

con $|Z| = 1$, podemos escribir la salida como

$$Y[n] = (1 + gZ^{-d} + g^2Z^{-2d} + ...)X[n]$$

Aquí los términos en la suma vienen de la serie de ecos discretos. Se sigue que la amplitud de la salida es:

$$H = 1 + gZ^{-d} + (gZ^{-d})^2 +...$$

Esta es una serie geométrica; podemos sumarla utilizando la técnica normalizada. Primero multiplicamos a ambos lados por gZ^{-d} para obtener:

$$gZ^{-d}H = gZ^{-d} + (gZ^{-d})^2 + (gZ^{-d})^3 + ...$$

y al sustraer la ecuación original da:

$$H - gZ^{-d}H = 1$$

Se resuelve entonces para H:

$$H = 1/(1 - gZ^{-d})$$

Un método más rápido (pero ligeramente menos intuitivo) para obtener el mismo resultado es examinar la red recirculante misma para obtener una ecuación para H, como sigue. Llamemos una entrada $X[n]$ y la salida $Y[n]$. La señal que entra a la línea de retraso es $Y[n]$, y al pasar esta a través de la línea de retrasos y multiplicar da

$$Y[n] \bullet gZ^{-d}$$

Esto, más la entrada es justamente la señal de salida de nuevo, así:

$$Y[n] = X[n] + Y[n] \bullet gZ^{-d}$$

y dividiendo por $X[n]$ y utilizando $H = Y[n]/X[n]$ da:

$$H = 1 + HgZ^{-d}$$

Esta es equivalente a la anterior ecuación para H.

Nos gustaría hacer ahora una gráfica de respuesta a la frecuencia (la ganancia como función de la frecuencia) tal como se hizo para los filtros peine sin recirculación en la figura 7.6. Esto requiere hacer de nuevo un dibujo en el plano complejo. Podríamos estimar la magnitud de H igual a:

$$|H| = 1/|1 - gZ^{-d}|$$

donde utilizamos la propiedad multiplicativa de las magnitudes para concluír que la magnitud de un recíproco (complejo) es el recíproco de una magnitud (real). La figura 7.9 muestra la situación gráficamente. La ganancia $|H|$ es el recíproco de la longitud del segmento que va del punto 1 al punto gZ^{-d}. La figura 7.10 muestra una gráfica de la respuesta a la frecuencia $|H|$ como una función de la frecuencia angular $\omega = \angle(Z)$.

La figura 7.9 se puede usar para analizar cómo debería comportarse cualitativamente la respuesta a la frecuencia $|H(\omega)|$ como una función de g. La altura y el ancho de banda de los picos dependen ambos de g. El valor máximo que puede tener $|H|$ es cuando

$$Z^{-d} = 1$$

Esto ocurre en las frecuencias $\omega = 0, 2\pi/d, 4\pi/d, ...$ tal como sucede en el filtro peine anterior. En estas frecuencias la ganancia llega a

$$|H| = 1/(1 - g)$$

El siguiente asunto importante es el ancho de banda de los picos en la respuesta a la frecuencia. Nos gustaría encontrar sinusoides W^n, con frecuencia $\angle(W)$, que logren un valor de $|H|$ de 3 decibeles aproximadamente por debajo del valor máximo. Para hacer esto, retornamos a la figura 7.9 y tratamos de ubicar W de tal manera que la distancia del punto 1 al punto gW^{-d} sea aproximadamente $\sqrt{2}$ veces la distancia de 1 a g (ya que $\sqrt{2}$:1 es una razón de aproximadamente 3 decibeles).

Hacemos esto arreglando la parte imaginaria de gW^{-d} de tal manera que sea casi $1 - g$ o su negativo, haciendo casi un triángulo isósceles rectángulo entre los puntos 1, $1 - g$, y gW^{-d}. (Estamos suponiendo que g es casi 2/3, de otra manera esta aproximación no es muy buena). La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles es siempre $\sqrt{2}$ veces el lado, y así la ganancia cae por ese factor comparado con su máximo.

Ahora otra aproximación: hacemos que la parte imaginaria de gW^{-d} sea aproximadamente el ángulo en radianes cortando desde el eje real:

$$\pm(1 - g) \approx \mathrm{im}(gW^{-d}) \approx \angle(W^{-d})$$

Así la región de cada pico que abarca los 3 decibeles desde el valor máximo es aproximadamente

$$(1 - g)/d$$

(en radianes) a cualquiera de los lados del pico. El ancho de banda se estrecha (y los picos del filtro se vuelven más agudos) en tanto g se aproxima a su máximo valor de 1.

Al igual que con el filtro peine sin recirculación de la sección 7.3, los dientes del peine están más cercanos para valores más grandes del retraso d. De otro lado un retraso de $d = 1$ (el más corto posible) da únicamente un diente (a frecuencia cero) por debajo de la frecuencia de Nyquist π (el diente siguiente, a 2π, corresponde de nuevo a la frecuencia de cero por el sobre-doblado). Así el filtro peine con recirculación y con $d = 1$ es precisamente un filtro pasa-bajos. Las redes de retrasos con retrasos de una muestra serán la base para el diseño de muchos otros tipos de filtros digitales en el capítulo 8.

7.5 Conservación de la potencia y redes de retrasos complejas

Las mismas técnicas trabajarán para analizar cualquier red de retrasos, aunque para redes más complicadas es más difícil caracterizar los resultados, o diseñar la red para tener las propiedades específicamente deseadas. Otro punto de vista puede a veces ser útil para esta situación, particularmente cuando se requiere de respuesta a la frecuencia plana, ya sea por sí misma o para asegurar que una red con recirculación compleja permanece estable a ganancias de retroalimentación cercanas a uno.

El hecho central que usaremos es que si cualquier red de retrasos, con una o más entradas y salidas, está construída de tal manera que su potencia de salida (promediada en el tiempo) siempre es igual a su potencia de entrada, esa red debe tener una respuesta plana a la frecuencia. Esto es casi una tautología; si usted pone una sinusoide a cualquier frecuencia en una de las entradas, obtendrá sinusoides de la misma frecuencia a la salida, y la suma de la potencia en todas las salidas será igual a la potencia de la entrada, de tal manera que la ganancia, definida apropiadamente, es exactamente uno.

Para trabajar con redes de retrasos que conservan la potencia requeriremos una definición explícita de "potencia promedio total". Si hay únicamente una señal (llamémosla $x[n]$), la potencia promedio está dada por:

$$P(x[n]) = \left[|x[0]|^2 + |x[1]|^2 + ... + |x[N-1]|^2 \right] / N$$

donde N es un número suficientemente grande como para que las fluctuaciones en la amplitud sean despreciables. Esta situación trabaja bien tanto para señales complejas como para las reales. La potencia promedio total para algunas señales de audio digital es precisamente la suma de las potencias individuales de las señales:

$$P(x_1[n], ..., x_r[n]) = P(x_1[n]) + ... + P(x_r[n])$$

donde r es el número de señales que se combinan.

Igualmente un amplio rango de redes de retrasos interesantes tienen la propiedad de que la potencia total de la salida iguala la potencia total de la entrada; son llamadas *unitarias*.

Para comenzar con estas, ponemos cualquier número de retrasos en paralelo, como se muestra en la figura 7.11. Cualquiera que sea la potencia total de las entradas, la potencia total de las salidas ha de ser igual a esta.

Una segunda familia de transformaciones con conservación de la potencia está compuesta de rotaciones y reflexiones de las señales $x_1[n], ..., x_r[n]$, considerándolas, en cada punto n fijo del tiempo, como las coordenadas r de un punto en un espacio r-dimensional. La rotación o reflexión deben ser uno, lo que deja el origen $(0, ..., 0)$ fijo.

Para cada número de muestra n, la contribución total a la potencia promedio es proporcional a

$$|x_1|^2 + ... + |x_r|^2$$

Esta es precisamente la distancia pitagórica desde el origen al punto $(x_1, ..., x_r)$. Debido a que las rotaciones y las reflexiones son transformaciones que preservan la distancia, la distancia desde el origen antes de hacer la transformación debe ser igual a esa distancia después de hacerla. Es así como la potencia total de un conjunto de señales debe ser preservada por rotación.

La figura 7.12 muestra una matriz de rotación operando en dos señales. En la parte (a) la transformación se muestra de manera explícita. Si las señales de entrada son $x_1[n]$ y $x_2[n]$ las salidas son:

$$y_1[n] = cx_1[n] - sx_2[n]$$
$$y_2[n] = sx_1[n] + cx_2[n]$$

donde c y s están dados por

$$c = \cos(\theta)$$
$$s = \mathrm{sen}(\theta)$$

para un ángulo de rotación θ. Considerados como puntos en el plano cartesiano, el punto (y_1,y_2) es precisamente el punto (x_1,x_2) rotado en el sentido contrario a las agujas del reloj, en un ángulo θ. Los dos puntos están así a la misma distancia del origen:

$$|y_1|^2 + |y_2|^2 = |x_1|^2 + |x_2|^2$$

y así las dos señales a la salida tienen la misma potencia de las dos señales a la entrada.

Para una descripción alternativa de la rotación en dos dimensiones, considere los números complejos $X = x_1 + x_2 i$ y $Y = y_1 + y_2 i$. La transformación anterior permite obtener

$$Y = XZ$$

donde Z es un número complejo con magnitud uno y argumento θ. Ya que $|Z| = 1$, se sigue que $|X| = |Y|$.

Si ejecutamos una rotación sobre un par de señales y luego invertimos una de ellas (pero no la otra), el resultado es una *reflexión*. Esta también preserva la potencia total de la señal, ya que podemos invertir cualquiera o el conjunto total de las señales sin cambiar la potencia total. En dos dimensiones, una reflexión aparece como una transformación de la forma

$$y_1[n] = cx_1[n] + sx_2[n]$$
$$y_2[n] = sx_1[n] - cx_2[n]$$

Una matriz de rotación útil y especial se obtiene haciendo $\theta = \pi/4$, de tal manera que $s = c = \sqrt{1/2}$. Esto nos permite simplificar el cómputo como se muestra en la figura 7.13 (parte a) debido a que cada señal necesita únicamente ser multiplicada por la cantidad única $s = c$.

Las rotaciones o reflexiones más complicadas con más de dos señales de entrada pueden fabricarse al repetir la rotación y/o la reflexión de ellas por pares. Por ejemplo, en la figura 7.13 (parte b), cuatro señales están combinadas en pares, en dos etapas sucesivas, de tal manera que al final cada señal de entrada va a alimentar todas las salidas. Podemos hacer lo mismo con ocho señales (usando tres etapas) y así sucesivamente. Es más, si utilizamos el ángulo especial $\pi/4$, todas las señales de entrada contribuyen de manera pareja en cada una de las salidas.

Cualquier combinación de retrasos y matrices de rotación, aplicada en sucesión a un conjunto de señales de audio, resultará en una respuesta a la frecuencia plana, ya que cada operación individual lo hace. Esto ya nos permite generar una infinidad de redes de retrasos, pero a la larga, ninguna de ellas con recirculación. Una tercera operación, mostrada en la figura 7.14, nos permite hacer redes con recirculación que aún gozan de respuestas a la frecuencia planas.

La parte (a) de la figura muestra la organización general. Se asume que la transformación R es cualquier combinación de retrasos y matrices de mezcla que preservan la potencia total. Las señales $x_1,...,x_k$ entran a la red de retrasos unitaria, y las señales $y_1,...,y_k$, emergen. Algunas otras señales $w_1,...,w_j$ (donde j no es necesariamente igual a k) aparecen a la salida de la transformación R y son regresadas a su entrada.

Si R está en efecto preservando la potencia, la potencia total de la entrada (la potencia de las señales $x_1,...,x_k$ más $w_1,...,w_j$ deben igualar la potencia de salida (la potencia de las señales $y_1,...,y_k$ más $w_1,...,w_j$), y sustrayendo todas las w de la igualdad encontramos que las potencias totales de salida y entrada son iguales.

Si hacemos $j = k = 1$ de tal manera que hay una sola de cada x, y y w, y siendo la transformación R una rotación en un ángulo θ seguido por un retraso de d muestras a la salida W, el resultado es el bien conocido *filtro pasa-todo*. Con algunos malabares, y haciendo $c = \cos(\theta)$, podemos mostrar que es equivalente a la red mostrada en la parte (b) de la figura. Los filtros pasa-todo tienen muchas aplicaciones, algunas de las cuales visitaremos más tarde en este libro.

7.6 Reverberación artificial

La reverberación es ampliamente utilizada para mejorar el sonido de las grabaciones, pero tiene un rango amplio de otras aplicaciones musicales [DJ85, págs.289-340]. La reverberación en espacios reales, naturales aparece por un complicado patrón de reflexiones sonoras y los otros objetos que definen el espacio. Es una gran sobresimplificación imitar este proceso utilizando redes de retrasos discretas con recirculación. Sin embargo el modelado de la reverberación utilizando líneas de retrasos con recirculación, puede, con mucho trabajo, lograr buenos resultados.

La idea central es idealizar cualquier salón (u otro espacio reverberante) como una colección de líneas de retrasos paralelos que modelan la memoria del aire dentro del salón. En cada punto de las paredes del salón terminan muchos recorridos rectilíneos, cada uno llevando sonido a ese punto; el sonido entonces se refleja en muchos otros recorridos, cada uno originado en ese punto, y dirigiéndose eventualmente a algún otro punto en una pared.

Aunque la pared (y el aire por el que se pasa para llegar a la pared) absorbe algo del sonido, alguna porción de la potencia incidente es reflejada y lo hace hacia otra pared. Si la mayoría de la energía recircula, el salón reverbera por un tiempo largo. Si en alguna frecuencia la pared refleja más energía en general que la que recibe, el sonido se retroalimentará inestablemente; esto nunca sucede en salones reales (la conservación de la energía previene esto), pero puede suceder en un reverberador artificial si no está diseñado de manera correcta.

Para fabricar un reverberador artificial utilizando una red de retrasos, debemos llenar dos requisitos que compiten simultáneamente. Primero, las líneas de retrasos deben ser suficientemente largas para prevenir la *coloración* en la salida como un resultado del filtro peine. (Incluso si nos movemos más allá del filtro peine simple de la sección 7.4, la respuesta a la frecuencia tenderá a tener picos y valles cuyo espacio varía inversamente con el tiempo de retraso total.) De otro lado, no deberíamos escuchar ecos individuales; la densidad del eco debería ser idealmente de hasta mil por segundo.

Con estos objetivos en mente, ensamblamos algún número de líneas de retrasos y conectamos sus salidas a sus entradas. El camino de la retroalimentación -la conexión desde la salida hacia la entrada de los retrasos- debe tener una ganancia agregada que varía poco a poco como una función de la frecuencia, y nunca excede a uno para cualquier frecuencia. Un buen punto de partida es dar al camino de retroalimentación una respuesta a la frecuencia plana y una ganancia ligeramente menor que uno; esto se hace utilizando matrices de rotación.

Idealmente esto es todo lo que necesitaríamos hacer, pero en la realidad no siempre queremos utilizar miles de líneas de retrasos que serían el modelo para los trayectos entre todos los posibles pares de puntos en las paredes. En la práctica usamos entre cuatro y dieciséis líneas de retrasos para hacer el modelo del salón. Esta simplificación a veces reduce la densidad del eco por debajo de lo que podríamos desear, de tal manera que deberíamos utilizar más líneas de retrasos a la entrada de la red con recirculación para incrementar la densidad.

La figura 7.15 muestra el diseño de un reverberador simple que utiliza este principio. El sonido que entra, que se muestra como dos señales separadas en este ejemplo, es primero engrosado retrasando progresivamente una de las dos señales y luego entremezclándolas usando una matriz de rotación. En cada etapa el número de ecos de la señal original es doblado; típicamente deberíamos usar entre 6 y 8 etapas para hacer entre 64 y 256 ecos, todo con un retraso total de entre 30 y 80 milisegundos. La figura muestra tres de estas etapas.

A continuación viene la parte de recirculación del reverberador. Luego del engrosamiento inicial, la señal de entrada es llevada a un banco de líneas de retrasos paralelas, y sus salidas son mezcladas de nuevo utilizando una matriz de rotación. Las salidas mezcladas son atenuadas por una ganancia $g \leq 1$, y regresadas de vuelta a las líneas de retrasos para hacer una red con recirculación.

El valor g controla el tiempo de reverberación. Si la longitud promedio de las líneas de retraso con recirculación es d, entonces cualquier sonido entrante es atenuado por un factor de g después de un tiempo de retraso de d. Después de un tiempo t la señal ha recirculado t/d veces, perdiendo $20\log_{10}(g)$ decibeles en cada ronda, de tal manera que la ganancia total, en decibeles, es:

$$20(t/d)\log_{10}(g)$$

La medida usual de tiempo de reverberación (RT) es el tiempo en el cual la ganancia cae en seis decibeles:

$$20(\mathrm{RT}/d)\log_{10}(g) = -60$$

$$\mathrm{RT} = -3d/(\log_{10}(g))$$

Si g es uno, esta fórmula da ∞, ya que el logaritmo de uno es cero.

El esquema mostrado arriba es la base para muchos diseños de reverberadores modernos. Se han propuesto muchas extensiones de este diseño fundamental. El paso más importante a continuación sería introducir filtros en el camino de la recirculación de tal manera que las frecuencias altas puedan hacerse decaer más rápidamente que las graves; esto se logra fácilmente con un filtro pasa-bajos muy sencillo, pero no trabajaremos esto aquí, sin haber desarrollado aún la teoría de filtros requerida.

En general, usar este esquema para diseñar un reverberador requiere elaborar muchas opciones complicadas de tiempos de retraso, ganancias y coeficientes de filtros. Montañas de literatura han sido publicadas sobre este tópico; Barry Blesser ha publicado un buen resumen [Ble01]. Se sabe que hay mucho más acerca del diseño y la puesta a punto del reverberador que no ha sido publicado; los diseños concretos se mantienen en secreto por razones comerciales. En general, los procesos de diseño implican una puesta a punto esmerada y lenta, por ensayo, error y escucha crítica.

7.6.1 El control de reverberadores

La reverberación artificial es utilizada casi universalmente en grabación o reforzamiento sonoro para endulzar el sonido en general. Sin embargo, y de manera más interesante, la reverberación puede utilizarse como una fuente sonido propiamente dicha. El caso especial de la reverberación infinita es útil para coger sonidos en vivo y extenderlos en el tiempo.

Para hacer este trabajo en la práctica es necesario abrir la entrada del reverberador únicamente por un período corto de tiempo, durante el cual el sonido que entra no varía con demasiada rapidez. Si una de las entradas del reverberador infinito se deja abierta por demasiado tiempo, el sonido se junta y rápidamente se vuelve una masa indescifrable. Para "reverberar infinitamente" una nota de un instrumento en vivo, es mejor esperar hasta después de la porción del ataque de la nota y luego permitir que 1/2 segundo de la nota estable entre al reverberador. Es posible construir acordes con un instrumento monofónico abriendo repetidamente la entrada en diferentes momentos de la nota estable.

La figura 7.16 muestra cómo puede hacerse esto en la práctica. Los dos controles más importantes son la entrada del reverberador y la ganancia de la retroalimentación. Para capturar un sonido ajustamos la ganancia de la retroalimentación a uno (tiempo de reverberación infinito) y abrimos momentáneamente la entrada en el tiempo t_1. Para adicionar un sonido a otro que ya se tiene, simplemente reabrimos la ganancia de entrada en el momento apropiado (en el tiempo t_2 de la figura, por ejemplo). Finalmente podemos borrar el sonido que recircula, y de esta manera ambos sonidos se atenuan a la salida y se limpia el reverberador, ajustando la ganancia de retroalimentación a valores de menos de uno (como en el tiempo t_3). Mientras más reduzcamos la ganancia de retroalimentación, más rápidamente decaerá la salida.

7.7 Cambios variables y fraccionales

Al igual que con cualquier técnica de síntesis o procesamiento de audio, las redes de retrasos se vuelven mucho más poderosas e interesantes si sus características pueden hacerse cambiar en el tiempo. Los parámetros de ganancia (tales como g en el filtro peine con recirculación) pueden ser controlados por generadores de envolvente, variándolos para evitar clicks y otros artefactos. Los tiempos de retraso (tales como d anteriormente) no son fáciles de variar con suavidad por dos razones.

La primera, es que tenemos definidos cambios de tiempo únicamente para valores enteros de d, ya que para valores fraccionales de d una expresión tal como $x[n - d]$ no está determinada si $x[n]$ está definida sólo para valores enteros de n. Para hacer retrasos fraccionales debemos introducir algún esquema de interpolación apropiado. Y si queremos variar d con suavidad en el tiempo, no nos dará buenos resultados simplemente el brincar de un entero al siguiente.

La segunda es que incluso una vez hemos alcanzado suavizar perfectamente los cambios de los tiempos de retraso, los artefactos causados por la variación en los tiempos de retraso se vuelven más notorios aún con muy pequeñas velocidades relativas de cambio; mientras en la mayoría de los casos usted puede hacer rampa con cualquier control de amplitud entre cualesquiera dos valores en 30 milisegundos sin problemas, cambiar un retraso en sólo una muestra de cada cien produce un cambio muy notable en la altura del sonido -de hecho, uno variará con frecuencia un retraso deliberadamente con el fin de escuchar los artefactos, únicamente pasando incidentalmente de un valor específico de tiempo de retraso a otro.

El primer asunto (los retrasos fraccionales) puede ser tratado usando un esquema de interpolación, exactamente en la misma forma que para la lectura de tablas (sección 2.5). Por ejemplo, suponga que queremos un retraso de 1.5 muestras. Por cada n debemos estimar un valor para $x[n - 1.5]$. Podríamos hacer esto utilizando la interpolación normalizada de cuatro puntos, poniendo un polinomio cúbico a través de los cuatro puntos “conocidos” $(0,x[n])$, $(1,x[n-1])$, $(2,x[n-2])$, $(3,x[n-3])$, y luego evaluar el polinomio en el punto 1.5. Hacer esto repetidamente para cada valor de n nos da la señal retrasada.

Este esquema de interpolación de cuatro puntos puede ser utilizado para cualquier retraso de hasta una muestra. Los retrasos de menos de una muestra no puden ser calculados de esta manera debido a que necesitamos dos puntos de entrada por lo menos tan recientes como el retraso deseado. Ellos estaban disponibles en el ejemplo anterior, pero para un tiempo de retraso de 0.5 muestras, por ejemplo, necesitaríamos el valor de $x[n + 1]$, el cual está en el futuro.

La seguridad del estimado podría ser mejorada más adelante usando esquemas de interpolación de orden más alto. Sin embargo aquí hay un compromiso entre la calidad y la eficiencia en computación. Es más, si nos movemos a esquemas de interpolación de grados más altos, el retraso mínimo se incrementará, causando problemas en algunas situaciones.

El segundo asunto para considerar son los artefactos -sea que los busquemos o no- que aparecen al cambiar las líneas de retrasos. En general, un cambio discontinuo en el tiempo de retraso dará lugar a un cambio discontinuo en la señal de salida, ya que esta se interrumpe en efecto, en un punto, y se hace saltar a otro. Si la entrada es una sinusoide, el resultado es un cambio discontinuo en la fase.

Si se desea cambiar la línea de retraso ocasionalmente entre tiempos de retraso fijos (por ejemplo al comienzo de las notas musicales), entonces podemos utilizar las técnicas de manejo de discontinuidades esporádicas que se presentó en la sección 4.3. En efecto estas técnicas trabajarán enmudeciendo la salida de una u otra manera. De otro lado, si se desea cambiar el tiempo de retraso continuamente, -mientras estamos escuchando la salida- entonces debemos tener en cuenta los artefactos que resultan de los cambios.

La figura 7.17 muestra la relación entre los tiempos de entrada y de salida en una línea de retraso variable. Se asume que la línea de retraso tiene una longitud máxima fija D. Por cada muestra de la salida (correspondiente a un punto en el eje horizontal) hay una muestra de la entrada de la línea de retrasos (posiblemente interpolada). En el eje vertical se ve cuál muestra (entera o fraccional) utilizar desde la señal de entrada. Siendo n el número de la muestra a la salida, el eje vertical muestra la cantidad $n - d[n]$, donde $d[n]$ es el retraso (que varía en el tiempo) dado en número de muestras. Si denotamos la localización de la muestra de entrada por:

$$y[n] = n - d[n]$$

entonces la salida de la línea de retrasos es

$$z[n] = x\left[y[n]\right]$$

donde la señal x está evaluada en el punto $y[n]$, interpolando apropiadamente en caso de que $y[n]$ no sea un entero. Esta es exactamente la fórmula para la lectura de tablas (página “27”). Podemos utilizar todas las propiedades de la lectura de tablas de sonidos grabados para predecir el comportamiento de líneas de retraso variables.

Queda una diferencia entre las líneas de retrasos y las tablas de onda: el material en las líneas de retrasos está cambiando constantemente. No sólo no podemos leer el futuro, si no que, si la línea de retraso tiene D muestras de longitud, tampoco podemos leer más de D muestras del pasado:

$$0 < d[n] < D$$

o haciendo negativo esto y adicionando n a cada lado:

$$n > y[n] > n - D$$

Esta última relación denota la región entre las dos líneas diagonales en la figura 7.17; la función $y[n]$ debe quedar dentro de esta tira.

Regresando a la sección 2.2 podemos usar las Fórmulas de Transposición Momentánea para tablas de onda con el fin de calcular la transposición $t[n]$ de la salida. Esto nos da la Formula de Transposición Momentánea para las líneas de retrasos:

$$t[n] = y[n] - y[n - 1] = 1 - (d[n] - d[n - 1])$$

Si $d[n]$ no cambia con n, el factor de transposición es 1 y el sonido emerge de la línea de retrasos con la misma velocidad con la que entró. Pero si el tiempo de retraso se incrementa como una función de n, el sonido resultante es transpuesto descendentemente, y si $d[n]$ decrece, se transpone ascendentemente.

Esto es llamado el *efecto Doppler* y ocurre en la Naturaleza también. El aire por el que viaja el sonido puede a veces ser pensado como una línea de retrasos. Un cambio en la línea de retrasos corresponde a mover un escucha acercándolo o alejándolo de una fuente de sonido estacionaria; el efecto Doppler por el cambio en la longitud de la trayectoria trabaja precisamente de la misma manera en la línea de retrasos, como si estuviera en el aire físico.

Regresando a la figura 7.17, podemos predecir que no hay aquí cambio al comienzo, pero cuando la pendiente de la trayectoria decrece la afinación caerá durante un intervalo de tiempo antes de regresar a la afinación original (cuando la pendiente regresa a uno). El tiempo de retraso puede ser manipulado para dar cualquier transposición deseada, pero mientras más grande es la transposición, menos tiempo es posible mantenerla dentro de la franja, antes de que se salga por arriba o por abajo de esta región diagonal.

7.8 Fidelidad de la interpolación de las líneas de retrasos

Dado que en efecto hacen lectura de tablas de onda, las líneas de retrasos variables introducen distorsión en las señales sobre las cuales operan. Aún más, un sutil problema puede aparecer incluso cuando la línea de retraso no está cambiando en longitud: la repuesta a la frecuencia, en situaciones reales, nunca es perfectamente plana en líneas de retrasos cuya longitud no es un entero.

Si el tiempo de retraso está cambiando de muestra a muestra, aplica la distorsión que resulta de la sección 2.5. Para usarla, suponemos que la entrada de la línea de retraso puede ser descompuesta en sinusoides y considerar de manera separada lo que sucede con cada sinusoide individualmente. Podemos utilizar la tabla 2.1 (página “46”) para predecir el nivel RMS de la distorsión de los productos combinados para una línea de retraso variable interpolada.

Asumiremos aquí que queremos usar la interpolación de cuatro puntos. Para las sinusoides con períodos mayores a 32 muestras (esto es, para frecuencias por debajo de 1/16 de la frecuencia de Nyquist) la distorsión es de 96 decibeles, o mejor -poco probable de que sea notada. A una velocidad de muestras de 44.1 kHz, estos períodos deberán corresponder a frecuencias de hasta 1400 Hertz. A frecuencias más altas la calidad se degrada y por encima de 1/4 de la frecuencia de Nyquist, los productos de la distorsión, que están únicamente casi a 50 dB, serán audibles probablemente.

La situación para un sonido complejo depende primariamente de las amplitudes y de las frecuencias de sus parciales más altos. Suponga, por ejemplo que unos parciales del sonido por encima de 5000 Hertz son hasta 20 dB más bajos que su parcial más fuerte y que por encima de 10000 Hertz están 60 dB abajo de éste. Entonces, como un estimado aproximado, los productos distorsionados del rango 5000 – 10000 estará cada uno limitado a aproximadamente -68 dB y aquellos por encima de los 1000 estarán limitados en aproximadamente -75 dB (debido a que la peor situación en la tabla es de aproximadamente -15 dB y debe ser sumada a la fortaleza del parcial en cuestión.)

Si el contenido de la alta frecuencia de la señal de entrada da productos de distorsión inaceptable a la salida, es más efectivo en general incrementar la velocidad de las muestras que el número de puntos de interpolación. Para períodos mayores a 4 muestras, si se dobla el período (doblando la velocidad de las muestras, por ejemplo) la distorsión decrece en cerca de 24 dB.

La respuesta a la frecuencia de las líneas de retrasos con interpolación de cuatro puntos es aproximadamente plana hasta la mitad de la frecuencia de Nyquist, pero después se zambulle rápidamente. Suponga (para tomar el peor de los casos) que el retraso se ajusta en la mitad del camino de dos enteros, por decir 1.5. la interpolación cúbica da:

$$x[1.5] = (-x[0] + 9x[1] + 9x[2] - x[3])/8$$

Sea $x[n]$ una sinusoide (real) de una unidad de amplitud con frecuencia angular ω, y cuya fase es cero a 1.5:

$$x[n] = \cos(\omega \bullet (n - 1.5))$$

y computamos $x[1.5]$ según la fórmula anterior:

$$x[1.5] = (9\cos(\omega/2) - 9\cos(3\omega/2))/4$$

Este es el pico de la sinusoide que viene de regreso de la línea de retrasos, y dado que la amplitud pico de ida era uno, esto muestra la respuesta a la frecuencia de la línea de retrasos. Esto se grafica en la figura 7.18. A la mitad de la frecuencia de Nyquist ($\omega = \pi/2$) la ganancia es de cerca de -1 dB lo cual es una caída en la amplitud apenas perceptible. En la frecuencia de Nyquist misma, sin embargo, la ganancia es cero.

Al igual que con los resultados para la distorsión, la respuesta a la frecuencia mejora radicalmente al doblar la velocidad de las muestras. Si hacemos funcionar nuestro retraso a una velocidad de muestras de 88200 Hertz en lugar de hacerlo a la normal de 44100, obtendremos únicamente cerca de 1 dB de variación hasta los 20000 Hertz.

7.9 El cambio de afinación

Un uso favorito de las líneas de retrasos es alterar la afinación del sonido que entra utilizando el efecto Doppler. Se puede querer alterar la afinación variablemente (aleatoria o periódicamente, por ejemplo), o también mantener un intervalo de transposición musical dado, durante un tiempo determinado.

Retornando a la figura 7.17, vemos que con una línea de retraso simple y variable podemos mantener cualquier cambio de afinación por un intervalo de tiempo limitado pero si queremos mantener una transposición dada, eventualmente siempre nos caerá por fuera de la franja diagonal de los tiempos de retraso admisibles. En el escenario más simple, sencillamente variamos la transposición arriba y abajo, siempre dentro de la franja.

Esto funciona, por ejemplo si queremos aplicar vibrato a un sonido tal como se muestra en la figura 7.19. Aquí la función de retraso es

$$d[n] = d_0 + a\cos(\omega n)$$

donde d_0 es el retraso promedio, a es la amplitud de la variación alrededor del retraso promedio y ω es la frecuencia angular. La Transposición Momentánea es (página “200”), aproximadamente

$$t = 1 + a\omega\cos(\omega n - \pi/2)$$

Esta tiene rango entre los valores $1 - a\omega$ y $1 + a\omega$.

Suponga, de otro lado, que queremos mantener una transposición constante en un intervalo de tiempo largo. En este caso no podemos mantener la transposición por siempre, pero siempre es posible mantenerla en intervalos de tiempo fijos, con cambios discontinuos, como se muestra en la figura 7.20. El tiempo de retraso es la salida de una función diente de sierra apropiada y normalizada, y la salida de la línea de retrasos variable es envuelta como se muestra en la figura para evitar las discontinuidades.

Esto se logra como se muestra en la figura 7.21. La salida de la diente de sierra generadora es utilizada de dos maneras. En primer lugar se ajusta para que haga un recorrido entre las dos fronteras d_0 y $d_0 + s$ ajustando los controles de la línea de retrasos en número de muestras. El retraso inicial d_0 debe ser por lo menos suficiente para hacer el retraso variable factible, y para la interpolación de cuatro puntos debe ser de por lo menos una muestra. Valores más grandes de d_0 suman un retraso adicional constante a la salida; estos son usualmente ofrecidos como un control para el cambio de afinación ya que esta es escencialmente libre. La cantidad s es llamada a veces *tamaño de la ventana*. Corresponde aproximadamente a la longitud de la muestra en un lazo (sección 2.2).

La salida de la diente de sierra también se usa para envolver la salida en exactamente la misma forma como se envuelve el muestreador de tabla de onda de la figura 2.7 (página “38”). La envolvente es cero en los puntos donde la diente de sierra hace la envoltura, y entre éstos, se eleva suavemente hasta un valor de 1 (para una ganancia unitaria).

Si la frecuencia de la onda diente de sierra es f en ciclos por segundo, entonces su valor oscila entre 0 y 1 cada R/f muestras (donde R es la velocidad de las muestras). La diferencia entre los valores sucesivos es así f/R. Si $x[n]$ denota la salida del oscilador diente de sierra, entonces

$$x[n + 1] - x[n] = f/R$$

(excepto en los puntos de envoltura). Si ajustamos el rango de salida del oscilador de tabla de onda al valor s (tal como está hecho en la figura) obtenemos una nueva pendiente:

$$s \bullet x[n + 1] - s \bullet x[n] = sf/R$$

Adicionar la constante d_0 no tiene efecto sobre esta pendiente. La Transposición Momentánea (página “200”) es entonces:

$$t = 1 - sf/R$$

Para completar el diseño del variador de afinación debemos adicionar otra copia a la mitad de la fase. Esto da como resultado un retraso que lee el patrón mostrado en la figura 7.22.

El variador de afinación puede transponer hacia arriba (utilizando frecuencias negativas, como en la figura) o hacia abajo (utilizando la positivas). El cambio en la afinación es controlado usualmente al cambiar f con s fijo. Para obtener un intervalo de transposición dado t, hacemos

$$f = [(t - 1)R]/s$$

El tamaño de la ventana s debe escogerse suficientemente pequeño, en lo posible, de tal manera que las dos copias retrasadas (con una distancia de $s/2$ muestras) no suenen como ecos distintos. Sin embargo, los valores de s muy pequeños forzarán a f hacia arriba; los valores de f mayores a aproximadamente 5 Hertz darán como resultado una modulación muy audible. Así, si se requieren transposiciones muy grandes, es posible que se requiera incrementar el valor de s. Los valores típicos están en los rangos de 30 a 100 milisegundos (aproximadamente entre $R/30$ y $R/10$ muestras).

Aunque la frecuencia podría ser cambiada incluso de manera discontinua, s debe ser cambiado más cuidadosamente. Una solución posible es enmudecer la salida mientras se cambia s discontinuamente; alternativamente s puede ser controlado mediante una rampa de manera continua pero esto ocasiona cambios Doppler difíciles de controlar.

Una buena opción de envolvente es medio ciclo de una sinusoide. Si asumimos en promedio que las dos salidas del retraso no están correlacionadas (página “11”), la potencia de la señal de las dos líneas de retraso, depués de ser envueltas, se adicionarán en una constante (ya que la suma de los cuadrados de las dos envolventes es cero).

Existen muchas variantes en este algoritmo de cambio de afinación. Una variante clásica utiliza una línea de retraso simple, sin ninguna envolvente. En esta situación es necesario escoger el punto en el cual el tiempo de retraso salta y el punto al que este salta, de tal manera que la salida permanece continua. Por ejemplo, uno debería encontrar un punto donde la señal de salida pasa por cero (un “cruce del cero”) y salta discontinuamente a otro. Usar únicamente una línea de retraso tiene la ventaja de que la señal de salida suena más “presente”. Una desventaja es que, debido a que el tiempo de retraso es una función del valor de la señal de entrada, la salida no es más una función lineal de la entrada, así las entradas no periódicas pueden dar lugar a artefactos tales como diferencias en los sonidos.

7.10 Ejemplos

Línea de retraso sin interpolación, fija.

El ejemplo G01.delay.pd (figura 7.23) aplica una línea de retraso simple a una señal de entrada. Se necesita de dos nuevos objetos:

delwrite~: define y escribe una línea de retraso. La primera creación de argumento da el nombre de la línea de retraso (y dos líneas de retraso no deben compartir el mismo nombre). La segunda creación de argumentos es la longitud de la línea de retrasos en milisegundos. La entrada toma una señal de audio y la escribe continuamente dentro de la línea de retrasos.

delread~: lee (o “aprovecha”) una línea de retrasos. La primera creación de argumento da el nombre de la línea de retraso (el cual deberá coincidir con el nombre del objeto delwrite~ correspondiente; así es como Pd sabe cuál delwrite~ debe asociar con el objeto delread~). La segunda creación de argumentos (opcional) es el tiempo de retraso en milisegundos. Este no debe ser negativo ni tampoco debe exceder la longitud de la línea de retraso tal como se especifica por el objeto delwrite~. Los números (mensajes) de entrada pueden ser utilizados para cambiar el tiempo de retraso de manera dinámica. Sin embargo esto ocasionará algunos cambios discontinuos en la salida, los cuales deberán enmudecerse si el tiempo de retraso cambia.

El ejemplo empareja de manera simple un objeto delwrite~ con otro delread~ para fabricar un retraso simple, sin interpolación. La señal de entrada es una grabación en lazo. La señal retrasada y la no retrasada se añaden para hacer un filtro peine sin recirculación. En tiempos de retraso cercanos a los 10 milisegundos, el efecto del filtro es más pronunciado, y sobre ese tiempo, se vuelve audible un eco discreto. No hay protección de enmudecimiento en la salida del retraso, de tal manera que los ruidos son posibles cuando cambia el tiempo de retraso.

Filtro peine recirculante.

El ejemplo G02.delay.loop.pd (figura 7.24) muestra cómo fabricar una red de retraso recirculante. EL retraso se logra de nuevo con el par delwrite~/delread~. La salida del objeto delread~ está multiplicada por una ganancia de retroalimentación de 0.7 la cual es entregada al objeto delwrite~. Una entrada (suministrada por el objeto phasor~ y los objetos sociados) se adiciona a la entrada de delwrite~; esta suma es la salida de la red. Este es el filtro peine recirculante de la sección 7.4.

La red de los objetos tilde no tiene ciclos, en el sentido de objetos que se alimentan directa o indirectamente (a través de la conexión con otros objetos). La retroalimentación en la red ocurre implícitamente entre los objetos delwrite~ y delread~.

Línea de retraso variable.

El ejemplo siguiente, G03.delay.variable.pd (figura 7.25), es otro filtro peine recirculante, que utiliza en esta ocasión una línea de retraso de longitud variable. Se introduce un nuevo objeto aquí:

vd~: Lee una línea de retraso, con un tiempo de retraso variable. Al igual que con el objeto delread~, este lee de una línea de retraso cuyo nombre es especificado como un argumento de creación. En lugar de utilizar un segundo argumento y/o mensajes de control para especificar el tiempo de retraso, para el objeto vd~ el retraso en milisegundos está especificado por una señal de audio que entra. La línea de retraso se lee utilizando interpolación de cuatro puntos (cúbica); el mínimo retraso posible es de una muestra.

Aquí los objetos del lado izquierdo, de arriba a abajo hasta el objeto clip~ -0.2 0.2, forman un red de conformación de onda; el índice se ajusta por medio del control de timbre, y la salida de la conformación de onda varía entre casi una sinusoide y un sonido brillante, zumbante. La salida se añade al objeto vd~. La suma se pasa luego por un filtro pasa-altos (el objeto hip~ en la parte inferior izquierda), se multiplica por una ganancia de retroalimentación, se recorta, y se escribe en la línea de retraso en la parte inferior derecha. Hay un control a la derecha para ajusar la ganancia de retroalimentación, aquí, en contraste con el ejemplo previo, es posible especificar una ganancia mayor que uno con el fin de obtener una retroalimentación inestable. Por esta razón el segundo objeto clip~ se inserta dentro del lazo del retraso (justo encima del objeto delwrite~), de tal manera que la señal no puede exceder a 1 en valor absoluto.

La longitud del retraso está controlado por la señal de entrada al objeto vd~. Un oscilador con frecuencia y ganancia variables, en el centro de la figura, proporciona el tiempo de retraso. El oscilador se adiciona a uno para hacerlo no negativo antes de multiplicarlo por el control de “cycle depth” <“profundidad del ciclo”>, el cual ajusta de manera efectiva el rango de los tiempos de retraso. El tiempo mínimo de retraso posible de 1.46 milisegundos se adiciona de tal manera que el rango verdadero de los tiempos de retraso está entre el mínimo y este mismo valor mínimo, más dos veces la “profundidad”. La razón para este tiempo de retraso mínimo se discute en el ejemplo siguiente.

Los filtros peine con tiempos de retraso variables son a veces llamados *flangers*. Cuando el tiempo de retraso cambia, el pico en la respuesta a frecuencia se mueve arriba y abajo en la frecuencia, de tal manera que el timbre a la salida cambia de manera característica.

Orden de ejecución y límites inferiores en los tiempos de retraso

Cuando se utilizan retrasos (así como otros objetos tilde que se comparten en Pd), el orden en el cual se realizan las operaciones de escritura y de lectura pueden afectar el resultado del cómputo. Aunque los objetos tilde en el parche pueden tener una tipología complicada para las conexiones de audio, en realidad Pd las ejecuta todas en orden secuencial, una después de la otra, para computar cada bloque de audio de salida. Este orden lineal está garantizado para ser compatible con las interconexiones de audio, en el sentido de que ningún cómputo de un objeto tilde es realizado hasta que toda su entrada, para ese mismo bloque, ha sido computada.

La figura 7.26 muestra dos ejemplos de topologías de objetos tilde y su traducción a una secuencia de cómputos. En la parte (a) hay cuatro objetos tilde, y según ls conexiones, el objeto a~ debe producir su salida antes de que b~ ó c~ puedan correr; estos dos últimos son usados en cambio en el cómputo de d~. Así los posibles ordenamientos de estos cuatro objetos son “a-b-c-d” o “a-c-b-d”. Estos dos ordenamientos tendrán exactamente el mismo resultado a no ser que el cómputo de b~ y c~ afecte de alguna manera la salida del otro (lo que podría ocurrir en operaciones de retrasos, por ejemplo).

La parte (b) de la figura muestra un ciclo de objetos tilde. Esta red no puede ser organizada dentro de un orden secuencial compatible, ya que tanto a~ como b~ requiere la salida del otro para ser computado en primer lugar. En general un ordenamiento secuencial de los objetos tilde es posible si y sólo si no hay ciclos en ninguna parte de la red de los objetos tilde y en sus interconexiones de señal de audio. Pd reporta un error cuando aparece tal ciclo. (Note que la situación para interconexiones de *control* entre objetos es más complicada y flexible; ver la documentación de Pd para más detalles.)

Para ver el efecto del orden de cómputo en un par delwrite~/delread~, podemos escribir explícitamente las señales de entrada y de salida en dos órdenes posibles, con el retraso mínimo posible. Si la operación de escritura va primero, en un bloque de inicio en la muestra número N, la operación se puede escribir como:

$x[N], \ldots, x[N + B - 1] \rightarrow$ delwrite~

donde B es el tamaño del bloque (como en la sección 3.2). Habiendo puesto esas muestras en particular en la línea de retraso, un delread~ a continuación es capaz de leer los mismos valores a la salida:

delread~ $\rightarrow x[N], \ldots, x[N + B - 1]$

De otro lado, suponga que el objeto delread~ viene antes del delwrite~. Entonces las muestras $x[N], \ldots, x[N + B - 1]$ aún no han sido almacenadas en la línea de retraso, de tal manera que las muestras más recientes que pueden leídas pertenecen al bloque previo:

delread~ $\rightarrow x[N - B], \ldots, x[N - 1]$
$x[N], \ldots, x[N + B - 1] \rightarrow$ delwrite~

Aquí el retraso mínimo que posiblemente obtengamos es el tamaño del bloque B. Así el retraso mínimo es 0 ó B, dependiendo del orden en el cual los objetos y delread~ y delwrite~ están organizados en una secuencia de ejecución.

Regresando a los parches de las figuras 7.24 y 7.25, los cuales presentan retrasos recirculantes, los objetos delread~ o vd~ deben colocarse antes en la secuencia que el objeto delwrite~. Esto sucede en cualquier diseño en el cual la salida de un retraso es retroalimentada a su entrada. El retraso mínimo es B muestras. Para una velocidad de muestras (típica) de 44100 Hertz y tamaño de bloque de 64 muestras, este viene a ser 1.45 milisegundos. Esto podría no sonar en principio como una restricción importante. Pero si usted está tratando de afinar un filtro peine recirculante en un tono específico, el más alto que usted puede obtener es cercano a sólo 690 Hertz. Para obtener retrasos de recirculación más cortos usted debe incrementar la velocidad de las muestras o reducir el tamaño del bloque.

El ejemplo G04.control.blocksize.pd (figura 7.27) muestra cómo el tamaño del bloque puede ser controlado en Pd utilizando un nuevo objeto:

block~, switch~: Ajusta el tamaño del bloque local de la ventana del parche en la cual está ubicado el objeto. Los tamaños de los bloques están normlmente en potencias de dos. El objeto switch~, adicionalmente, puede ser utilizado para encender y apagar el cómputo de audio en la ventana, utilizando mensajes de control. La creación de argumentos adicionales puede ajustar la velocidad de las muestras y especificar las operaciones de traslape (demostradas en el capítulo 9).

En la parte (a) de la figura (el parche principal), un pulso rectangular es enviado al sub-parche pd delay-writer, cuya salida retorna luego al parche principal. La parte (b) muestra el contenido del subparche, el cual envía los pulsos a un retraso recirculante. El objeto block~ especifica que, en este sub-parche, la señal de cómputo utiliza un tamaño de bloque (B) de sólo uno. Así el retraso mínimo que se puede obtener es de una muestra, en vez de 64.

El poner un pulso (u otra señal de excitación) en un filtro peine con recirculación es a veces llamado *síntesis de Karplus-Strong*, habiendo sido descrita por ellos en un ensayo [KS83], aunque la idea parece ser anterior. Esta se muestra por ejemplo en la pieza de Paul Lansky de 1979, *Seis Fantasías sobre un Poema de Thomas Campion*.

Orden de ejecución en las líneas de retrasos sin recirculación

En las redes de retraso sin recirculación, es posible ubicar la operación de escritura dentro de la línea de retraso, anterior en la secuencia a la de lectura. No debería haber así límite inferior a lo largo de la línea de retraso (a excepción de lo que se imponga por el esquema de interpolación; ver sección 7.7). En lenguages tales como Csound, la secuencia de los cómputos de la unidad de generación es (casi siempre) explícita, así que es fácil especificarla. En ambientes de parches gráficos, sin embargo, el orden es implícito y se debe tomar otra aproximación para asegurar que, por ejemplo, un objeto delwrite~ sea computado antes que el obejeto delread~ correspondiente. Una manera de lograr esto se muestra en el ejemplo G05.execution.order.pd (figura 7.28).

En la parte (a) de la figura, las conexiones en el parche no determian cuál es el orden en el que aparecen las dos operaciones de retraso, en la secuencia de cómputo clasificada de los objetos tilde; el objeto delwrite~ puede computarse antes o después del objeto vd~. Si deseamos asegurar que la operación de escritura suceda antes de la operación de lectura, podemos proceder como en la parte (b) de la figura y poner las dos operaciones en subparches, conectando los dos vía señales de audio de tal forma que el primer subparche deba ser computado antes que el segundo. (El cómputo de audio en los subparches es realizado automáticamente, en el sentido de que los contenidos del subparche entero son considerados como el cómputo de audio para el subparche como un todo. Así todo en el primer subparche sucede antes que cualquier cosa suceda en el segundo subparche.)

En este ejemplo, la forma “correcta”·y la forma “incorrecta” para hacer un filtro peine tienen resultados audibles diferentes. Para retrasos de menos de 64 muestras, el lado derecho del parche (el que utiliza los subparches) da el resultado correcto, pero el parche del lado izquierdo no puede producir retrasos en tamaños de bloques por debajo de 64 muestras.

Filtro peine sin recirculación como duplicador de octava

En el ejemplo G06.octave.doubler.pd (figura 7.29) retomamos la idea de un modificador de octava basado en el tono, que introdujimos antes en E03.octave.divider.pd. Allí, conocer la periodicidad de un sonido a la entrada nos permitió afinar un modulador de anillo para introducir subarmónicos. Aquí realizamos el duplicador de octava descrito en la sección 7.3. Utilizando un filtro peine sin recirculación, variable, tomamos los armónicos impares, dejando únicamente los pares, dará como resultado un sonido una octava más alta. Como antes, la envolvente espectral del sonido es preservada con aproximación por la operación, de tal manera que podemos evitar el efecto “chipmunk” que podríamos haber tenido utilizando el cambio de velocidad para hacer la transposición.

El filtrado peine se hace combinando dos copias retrasadas de la señal de entrada (del subparche pd looper en la parte superior). La copia fija (delread~) es ajustada al tamaño de la ventana a la altura que sigue al algoritmo. Toda vez que en el ejemplo anterior esta estaba escondida en otro subparche, podemos mostrarla ahora de manera explícita. El retraso en milisegundos es estimado como igual a la ventana de las 2048 muestras utilizada por el objeto fiddle~; en milisegundos esto viene a ser $1000 \bullet 2048/R$ donde R es la velocidad de las muestras.

El retraso variable es el mismo, más 1/2 del período medido del sonido entrante, o $1000/(2f)$ milisegundos, donde f es la frecuencia en ciclos por segundo. La suma de este y el tiempo de retraso fijo es luego suavizado utilizando un objeto line~ para hacer la señal de entrada por la línea de retraso variable.

Dado que la diferencia entre los dos retrasos es de $1/(2f)$, las frecuencias resonantes del filtrado peine resultante son $2f$, $4f$, $6f$...; la respuesta a la frecuencia (sección 7.3) es cero en las frecuencias f, $3f$,..., de tal manera que el sonido resultante contiene sólo parciales en los múltiplos de $2f$ -una octava por encima de la original. Visto de otra manera, el sonido entrante es la salida duplicada, con medio ciclo de diferencia; los armónicos impares son de este modo desplazados 180 grados (π radianes) y cancelados; los armónicos pares están en fase con sus copias retrasadas y permanecen en la suma.

Tanto este como el divisor de octava puede alterarse haciendo cambios de 3 o 4 a uno en la frecuencia, y también pueden combinarse para hacer cambios compuestos tales como el de una quinta musical (razón de 3:2) descendiendo una octava y luego ascendiendo, multiplicando por un factor de tres. (Debe hacer el descenso de octava antes del cambio ascendente para mejores resultados.)

Filtros peine complejos variantes en el tiempo: agitadores

El ejemplo G07.shaker.pd (figura 7.30) muestra una manera diferente de extender la idea de un filtro peine. Aquí combinamos la señal de entrada en cuatro cambios de tiempo diferentes (en lugar de dos, como en filtro peine sin recirculación original), cada uno a una ganancia diferente positiva o negativa. Para hacer esto, insertamos la señal de entrada en una línea de retraso y la insertamos en tres puntos diferentes; el cuarto “inserto” es la señal original, sin retraso.

Una manera de pensar la respuesta a la frecuencia de un filtro peine de cuatro insertos, es considerar primero lo que sucede cuando dos de las cuatro ganancias son cercanas a cero. Terminamos con un filtro peine sin recirculación, simple, con la ligera complicación que las ganancias de las dos copias retrasadas pueden ser diferentes. Si son del mismo signo, obtenemos los mismos picos y valles que se predicen en la sección 7.3, sólo que con los valles entre los picos posiblemente menos profundos. Si son de signos opuestos, los valles se vuelven picos y los picos se vuelven valles.

Dependiendo de cuáles de los dos insertos supongamos diferente de cero, los espacios entre los picos y los valles son de diferente magnitud; los tiempos de retraso se escogen de tal manera que 6 diferentes tiempos de retraso pueden aparecer de esta manera, con rangos entre los 6 y los 30 milisegundos. En el caso general en cual todas las ganancias son diferentes de cero, podemos imaginar la función de respuesta a la frecuencia variando continuamente entre estos extremos, dando una sucesión de patrones complejos. Esto tiene el efecto de elevar y disminuir las amplitudes de los parciales de la señal de entrada, todos independientemente de los otros, en un patrón complicado, para dar un timbre continuamente variable en el tiempo.

El lado derecho del parche se encarga de la ganancia de la señal de entrada y de las de sus tres copias cambiantes en el tiempo. Cada vez que el objeto metro dispara, un contador se incrementa (los objetos f, + 1, mod 4). Este controla cuáles de las amplitudes serán cambiadas. La amplitud misma se computa fabricando un número aleatorio y normalizándolo para que su valor caiga entre -0.7 y 1.3. El valor aleatorio y el índice se empacan (junto con un tercer valor, un intervalo de tiempo) y esta tripleta va al objeto route. El primer elemento de la tripleta (el contador) selecciona a qué salida enviar los otros dos valores; como resultado, a uno de los cuatro posibles objetos line~ le llega un mensaje para ir en rampa a un nuevo valor.

Si la variación de tiempo se realiza con la rapidez suficiente, hay también un efecto de modulación sobre la señal original; en esta situación los segmentos de línea recta utilizados en este ejemplo deben ser reemplazados por señales de modulación con un contenido de frecuencia más controlable, por ejemplo, utilizando filtros (materia del capítulo 8).

Reverberador

El ejemplo G08.reverb.pd (figura 7.31) muestra un reverberador artificial simple, en escencia una realización del diseño mostrado en la figura 7.15. Cuatro líneas de retraso se alimentan con la entrada y con su propia salida recirculada. Las salidas retrasadas son entremezcladas utilizando matrices de rotación, construidas de rotaciones elementales de $\pi/4$ como en la figura 7.13 (parte a).

La multiplicación de normalización (por $\sqrt{1/2}$ en cada estadio) es absorbida por la ganancia de retroalimentación, la cual de esta manera no puede exceder 1/2. Con una ganancia de retroalimentación de exactamente 1/2, toda la energía de salida de las líneas de retraso es reinsertada a estas, de tal manera que la reverberación es perpetua.

La figura 7.32 muestra el interior de la abstracción reverb-echo utlizada en el reverberador. Las dos entradas se mezclan (utilizando la misma matriz de rotación y dejando de nuevo la renormalización para después). Luego un canal se retrasa. Los tiempos de retraso se seleccionan para crecer de manera aproximadamente exponencial; esto asegura un patrón de ecos suaves y esparcidos.

Son posibles muchas extensiones de esta idea de las cuales nombraremos una cuantas. Es natural, en primer lugar, poner filtros pasa-bajos al final de las líneas de retraso, para imitar el decaimiento típicamente más rápido de las frecuencias altas con respecto a las frecuencias bajas. Es común utilizar más de cuatro retrasos recirculantes; un reverberador en la distribución Pd usa dieciséis. Finalmente es común permitir el control separado de las amplitudes de los ecos tempranos (escuchados directamente) con respecto al de la señal recirculante; parámetros como estos son tomados para controlar cualidades sónicas tales como “presencia”, “calidez”, “claridad”, etc.

Modificador de altura

El ejemplo G09.pitchshifter.pd (figura 7.33) muestra la realización del modificador de altura descrito en la sección 7.9. Una línea de retraso (definida y escrita en cualquier sitio en el parche) es leída utilizando dos objetos vd~. Los tiempos de retraso varían entre un retraso mínimo (provisto como el control “delay”) y ese mínimo más un tamaño de ventana (el control “window”).

El cambio de altura deseado, en semitonos (h) es convertido primero en un factor de transposición

$$t = 2^{h/12} = e^{\log(2)/12.h} \approx e^{0.05776h}$$

(llamado “speed change” en el parche). El cómputo etiquetado “tap head rotation speed” <”velocidad de rotación de la cabeza de inserción”> es el mismo de la fórmula para f dada en la página 206. Aquí el intervalo positivo (siete semitonos) hace que se eleve a un factor de transposición mayor que uno, y de esta manera a un valor negativo para f.

Una vez se calcula f, la producción de las dos señales de fase diente de sierra y las envolventes correspondientes, son un paralelo exacto del lazo de muestras traslapado (ejemplo B10.sampler.overlap.pd, página 54). El retraso mínimo se adiciona a cada una de las dos señales dientes de sierra para hacer entradas de retraso para los objetos vd~, cuyas salidas son multiplicadas por las envolventes correspondientes y sumadas.

Ejercicios

1. Un número complejo tiene magnitud 1 y argumento $\pi/4$. Cuáles son sus partes real e imaginaria?

2. Un número complejo tiene magnitud uno y parte real 1/2. Cuál es su parte imaginaria? (Hay dos posibles valores.)

3. Qué tiempo de retraso debería darle a un filtro peine para que su primer pico de respuesta a la frecuencia esté a 440 Hertz? Si la velocidad de las muestras es de 44100, qué frecuencia deberá corresponder al retraso entero más cercano?

4. Suponga que hizo una variación en un filtro peine sin recirculación de tal manera que la señal retrasada es sustraída de la original, en lugar de adicionarla. Cuál debería ser la nueva respuesta a la frecuencia?

5. Si usted quiere hacer un vibrato de 6 Hertz con una línea de retraso variando sinusoidalmente, y si quiere que la frecuencia del vibrato cambie en un 5%, qué tan grande podría necesitar que fuera la variación del retraso? Cómo debería cambiar esto si la misma profundidad de vibrato se quisiera a 12 Hertz?

6. Una sinusoide compleja $X[n]$ tiene frecuencia de 11025 Hertz, amplitud 50 y fase inicial de 135 grados. Otra, $Y[n]$ tiene la misma frecuencia pero amplitud 20 y fase inicial 45 grados. Cuál es la amplitud y la fase inicial de la suma de X y Y?

7. Cuáles son la frecuencia, la fase inicial y la amplitud de la señal obtenida cuando $X[n]$ (arriba) es retrasada 4 muestras?

8. Muestre que la respuesta a la frecuencia de un filtro peine con recirculación, con un retraso d y una ganancia de retroalimentación g, como función de la frecuencia angular ω, es igual a